**Obsah**

**Vědecké a odborné články**

*Josef Bukač*
Lineární kompoziční regrese ..... 3

*Zdeněk Půlpán*
K diskusi o entropiích ..... 13

**Zprávy a informace**

*Richard Fabo*
Ako bolo na OSSConf 2026? ..... 22

**Informační bulletin České statistické společnosti** vychází čtyřikrát do roka v českém vydání. Příležitostně i mimořádné české a anglické číslo. Vydavatelem je Česká statistická společnost, IČ 00550795, adresa společnosti je Na padesátém 81, 100 82 Praha 10. Evidenční číslo registrace vedené Ministerstvem kultury ČR dle zákona č. 46/2000 Sb. je E 21214. Časopis je sázen v programu TEX, ve formátu LuaHBTEX s písmy balíku CSfonts.

The Information Bulletin of the Czech Statistical Society is published quarterly.
The contributions in the journal are published in English, Czech and Slovak languages.

**Předsedkyně společnosti:** Ing. Martina Litschmannová, Ph.D., Katedra aplikované matematiky, Fakulta elektrotechniky a informatiky, Vysoká škola báňská – Technická univerzita Ostrava, 17. listopadu 2172/15, 708 33 Ostrava-Poruba, Martina.Litschmannova@vsb.cz.

**Redakce:** prof. RNDr. Gejza Dohnal, CSc. (šéfredaktor), prof. RNDr. Jaromír Antoch, CSc., RNDr. Marek Malý, CSc., doc. RNDr. Jiří Michálek, CSc., prof. Ing. Jiří Militký, CSc., doc. Ing. Iveta Stankovičová, PhD., doc. Mgr. Ondřej Vencálek, Ph.D.

**Redaktor časopisu:** doc. Mgr. Ondřej Vencálek, Ph.D., ondrej.vencalek@upol.cz.
Informace pro autory jsou na stránkách společnosti, http://www.statspol.cz/.

**DOI: 10.5300/IB, http://dx.doi.org/10.5300/IB**
**ISSN 1804–8617 (Online)**

# INFORMAČNÍ BULLETIN

## České statistické společnosti

**Ročník 37, číslo 4, prosinec 2026**

produktu a firmy. Od prototypov aplikácií cez nasadenie až po autonómnych AI agentov. Pozornosť venoval aj tomu, čo stále vyžaduje ľudský dohľad a kde sú bezpečnostné riziká autonómnych agentov.

Prednáška to bola výborná, o tom niet pochýb, ale zase sa vrátil tieň proprietárneho riešenia. Páčilo by sa mi, keby sa pri takýchto úlohách neskĺzlo len k najznámejším uzavretým LLM, ale aby sa slobodné a otvorené riešenia (napr. Mistral a pod.) brali do úvahy. Áno, Martin hovoril, že sa treba vyhnúť *vendor locku* používaním viacerých služieb. A chápem aj motiváciu mať čo najlepší kód v najkratšom čase s čo najmenšou potrebou revízie. A hoci to chápem, úplne sa s tým nestotožňujem. Aby to nevyznelo farizejsky dodám, že v roku 2005 sme ani my nemuseli vo firme prejsť na slobodný OS. Veď nás to stálo čas, nervy a peniaze. Ale tak nejak som cítil, že je to správne. Vtedy nás to stálo peniaze, dnes vďaka tomu vo firme šetríme. Ale to je iný príbeh...

## 5. Iné

Za zmienku stála aj výstava mobilov s inštalovaným *Mobianom*. A príslušná prednáška od *Davida Heidelberga*. Myšlienka mať svoj mobil pod kontrolou a bez obmedzenia si spúšťať svoje linuxové programy je lákavá. Bežné využívanie linuxových mobilov je možné, zatiaľ chýbajú bankové aplikácie, podľa chlapcov kvôli bezpečnostným certifikátom, ktoré majú len dvaja veľkí producenti mobilných OS. Ale údajne sa na tom intenzívne pracuje a všetci to vidia nádejne. A ja tomu verím. Možno nie dnes ani zajtra, ale takto to bolo aj linuxom na desktopoch. Otázkou však zostáva, aká je kvalitná a spoľahlivá podpora hardvéru v praxi. Je rozdiel, či niečo „nejako funguje“, alebo či to funguje dobre, bez kompromisov a s rozumným výkonom. Kamera môže síce fungovať – ale bude mať správne farby, slušné potlačenie šumu, stabilné automatické zaostrovanie a použiteľnú kvalitu aj v bežných svetelných podmienkach? To isté platí pre snímače odtlačkov prstov. Nie je to len o tom, či sa dá odomknúť, ale aj o tom, aký je čas odozvy, spoľahlivosť (napr. pri rôznej teplote), a či je nastavenie bezproblémové. Najväčší rozdiel sa zvyčajne ukáže až v každodennom používaní: čo je síce „v teórii podporované“, môže byť v praxi otravné, ak senzor reaguje pomaly alebo má vyššiu mieru zlyhaní. Verím v postupné „vyhladzovanie“ hrán. Časom sa vyladia automatické mechanizmy, doladia sa ovládače tak, aby sa správali konzistentne naprieč rôznymi konfiguráciami (a hardvérmi) a nebude to len „výnimka“ pre vybrané modely. Nakoniec sa z toho stane niečo, čo už nie je len „hurá, podarilo sa“, ale normálna, každodenne použiteľná vec. V konečnom dôsledku





# LINEAR COMPOSITIONAL REGRESSION
# LINEÁRNÍ KOMPOZIČNÍ REGRESE

**Josef Bukač**

*Adresa*: Bulharská 298, Jaroměř-Josefov, 551 02, Czech Republic

*E-mail*: bukacjosef@seznam.cz

**Abstract:** We study the properties of regression coefficients when the sum of the dependent variables is one, that is, the dependent variables are compositional. We show that the sum of intercepts is equal to one and the sum of other corresponding regression coefficients is zero. We do it for simple linear regressions and also for a more general case using matrix notation. The last part treats the case when the dependent variables do not sum up to one. We simplify the well known formula derived by the use of Lagrange multipliers.

**Keywords:** Compositional data, equality, regression coefficients, restricted regression, simplified formula.

**Abstrakt:** Studujeme vlastnosti regresních koeficientů v případě, kdy je součet závislých proměnných roven jedné, tedy když jsou závislé proměnné kompoziční. Ukazujeme, že součet absolutních členů je roven jedné a součet ostatních odpovídajících regresních koeficientů je roven nule. Dokazujeme to pro jednoduché lineární regrese a rovněž pro obecnější případ s využitím maticového zápisu. Poslední část se zabývá případem, kdy součet závislých proměnných není roven jedné. Zjednodušujeme známý vzorec odvozený pomocí Lagrangeových multiplikátorů.

**Klíčová slova:** Kompoziční data, rovnost, regresní koeficienty, omezená regrese, zjednodušený vzorec.

## 1. Introduction

Compositional data describe quantities that are parts related to some total or whole. They represent relative information, they have to be nonnegative, their sum has to be equal to one.

A standard approach to compositional data can be had in books such as Aitchison [2] or Pawlowsky-Glahn [5]. Unlike our paper, this standard approach requires positivity of compositional data, which makes it a big difference.

If we consider regression of dependent compositional variables $y$ and $z$ on some independent variable $x$, we use observations $y_t$ and $z_t$ at some point $x_t$

assuming $y_t + z_t = 1$ for each $t = 1, 2 \dots T$, where $T$ is the number of datapoints $x_t$, $y_t$, $z_t$. This is what we call a compositional regression.

Our assumption is satisfied strictly in the case when $y_t$ and $z_t$ are relative frequencies, $y_t + z_t = 1$. We may call this model strictly compositional. It is not satisfied when $y_t$ and $z_t$ are realizations of random variables $\mathbf{Y}$ and $\mathbf{Z}$ and the expected value of their sum is $E(\mathbf{Y} + \mathbf{Z}) = 1$. In such a case we do not assume $y_t + z_t = 1$ but we still require that $a_y + b_y x + a_z + b_z x = 1$. This may happen, for example, when we measure concentrations and their sum is not equal to one due to errors in measurements.

## 2. Simple linear compositional regression

If we want the sum of two functions $a_y + b_y x$ and $a_z + b_z x$ to be equal to one for all $x$, we write it as $a_y + a_z + b_y x + b_z x = 1$, where 1 stands for the constant function of $x$, we have to have $b_y + b_z = 0$, thus the equation is $a_y + a_z = 1$.

We start with simple linear regression of $y$ on $x$ and that of $z$ on $x$. The models look like $y = a_y + b_y x + \varepsilon_y$ and $z = a_z + b_z x + \varepsilon_z$. When the least squares method is used, the formulas for $b_y$ and $b_z$ are well known. We want to calculate their sum. We assume there are observations on one independent variable $x_1, x_2, \dots, x_T$ and two dependent variables with their sums being equal to one for each $t$. We discuss only two dependent variables $y_t$ and $z_t$ just for the sake of simplicity. If $y_t + z_t = 1$ is true for all $t = 1, 2, \dots T$, then the same holds for the means, $\overline{y} + \overline{z} = 1$, because

$$\overline{y} + \overline{z} = \frac{\sum y_t}{T} + \frac{\sum z_t}{T} = \frac{\sum (y_t + z_t)}{T} = \frac{T}{T} = 1.$$

We calculate the sum of the two slopes as

$$b_y + b_z = \frac{\sum (y_t - \overline{y})(x_t - \overline{x})}{\sum (x_t - \overline{x})^2} + \frac{\sum (z_t - \overline{z})(x_t - \overline{x})}{\sum (x_t - \overline{x})^2} =$$

$$\frac{\sum y_t (x_t - \overline{x})}{\sum (x_t - \overline{x})^2} - \frac{\sum \overline{y} (x_t - \overline{x})}{\sum (x_t - \overline{x})^2} + \frac{\sum z_t (x_t - \overline{x})}{\sum (x_t - \overline{x})^2} - \frac{\sum \overline{z} (x_t - \overline{x})}{\sum (x_t - \overline{x})^2} =$$

$$\frac{\sum (y_t + z_t)(x_t - \overline{x})}{\sum (x_t - \overline{x})^2} - \frac{\sum (\overline{y} + \overline{z})(x_t - \overline{x})}{\sum (x_t - \overline{x})^2} = \frac{\sum (x_t - \overline{x})}{\sum (x_t - \overline{x})^2} - \frac{\sum (x_t - \overline{x})}{\sum (x_t - \overline{x})^2} = 0.$$

We have discarded $y_t + z_t$ because it is assumed to be equal to 1. We also use the fact that $\overline{y} + \overline{z} = 1$ and obtain the required result. To calculate





Tento deň sme zakončili v jednom podniku. Pivu veľmi neublížim, ale zato nakladaný hermelín ma potešil.

## 4. Tretí deň

Začala známa *Zuzana Tkáčová*, učiteľka informatiky na *Škole umeleckého priemyslu v Košiciach* (kde vedie Ateliér inteligentných a interaktívnych technológií v umení) a v občianskom združení *Aj TY v IT*, kde je metodičkou pre vzdelávanie učiteľov. Okrem toho je víťazkou ceny „Učiteľ Slovenska“ a laureátkou ocenenia „*AI líder v školstve 2026*“. Prezentovala moderné programovacie nástroje využiteľné vo výučbe informatiky. Všetko začína od útleho veku vytváraním jednoduchých hier a končí to „klasickým“ programovaním. Keď si spomeniem na 8-bity a príručku BASICu v cudzom jazyku, alebo neskôr PC XT a príručky v nemčine… no dnes je proste iný svet.

Potom som sa presunul na workshop, kde *Petr Velyčko* odprezentoval svoje šablóny pre matfyz pre Typst, a následne *Patrik Kotula* ukázal, ako môže stavebný inžinier – „mostár“ používať LaTeX ako konštrukčný systém – od posudkov a technických správ až po prednášky pre študentov Stavebnej fakulty Žilinskej univerzity. Toto presne mám rád: ukážky z inej ako akademickej praxe, potvrdzujúce, že LaTeX sa dá dobre a efektívne využiť aj mimo písania skrípt a vedeckých dokumentov; ostatne i ja vo firme to mám podobné. Patrik sa sebakriticky prezentoval ako začiatočník, ale tomu vôbec nič nenasvedčovalo, pretože vytváranie šablón už nie je nič pre začiatočníkov v LaTeX-u, naopak, je to pomerne iritujúca záležitosť.

Následne *Petr Olšák* opisoval spôsob fungovania TeX-ového stroja; ako parsuje tokeny, ako skladá horizontálne i vertikálne zoznamy, až máme na konci dokonale delený text, bez všetkých tých otrasných typografických hrôz, ktoré poznáme z kdejakých *officov*. Záujemcom odporúčam jeho knihu TeXbook naruby. Nie je to jednoduché čítanie, ale vďaka tejto knihe človek plne chápe zložitosť a krásu správneho typografického výstupu. Až vtedy ocení TeX… a zatratí tie hobby nástroje.

Potom sme s Mircom skočili na ukážku labáku *Michala Lekýra*. Tam sme videli ako sa pomocou 14-tich kamier tvorí 3D model, ten sa sníma, animuje a veľa iného, s použitím technológie OptiTrack. Testované na živých ľuďoch. 😀

Záver patril *Martinovi Géčovi*, ktorý tvorí úspešné aplikácie – bez tímu, len pomocou *vibe coding*-u. Bolo skvelé počuť a vidieť reálne skúseností: autor samostatne vyvinul a prevádzkuje aplikáciu Rejoy (wellness, iOS/Android/web) s viac ako 10000 používateľmi. Najprv bez AI a dnes s AI ako vývojovým tímom. Ukázal nám, ako *Claude Code* a *Codex* menia architektúru

*moc nad používateľom, a proti takejto neoprávnenej moci sa musíme brániť.*

Neskôr som mal prednášku i ja: volala sa „LaTeX, org a babylón jazykov“. Nadväzoval som na prednášku „Python ako priateľ LaTeX-u“ dr. Kozubíka z minulého roku. Ako názov napovedá, jedná sa o „miešanie“ rôznych programovacích či značkovacích jazykov v jednom dokumente. Súčasne je možné vložené kódy vyhodnocovať a ďalej spracovávať priamo v prostredí Emacsu. Proste si predstavte kombináciu textu a zdrojových textov rôznych programovacích jazykov (ja som mal v texte C, bash, lisp a python), a tieto kódy sa pri procese prekladu a pred vytvorením PDF spracujú, vyhodnotia a výsledky sa vložia do dokumentu. Proste zhmotnený sen Donalda Knutha o „literárnom programovaní“.

Nasledoval *Marek Ceľuch* zo známeho slovensko.digital. Hovoril o podpisovači *Autogram*, neskôr pribudla mobilná verzia a teraz i podpisový portál, ktorý celý proces združuje na jednom mieste. V prednáške hovoril o tom, čo sa reálne deje, keď dokument podpisujeme elektronicky – od digitálneho odtlačku dokumentu cez podpis súkromným kľúčom uloženým v čipe až po uloženie do niektorého z formátov XAdES, PAdES, CAdES. A potom sme boli spolu na pive, čo je už spomínaný plus konferencie. Tam sme sa dozvedeli niečo o zákulisí slovensko.digital a prečo ho treba podporovať.

A potom zase moja maličkosť. Tentokrát už nie o Emacse (veď konečne!), ale o *Typst*-e. Citujem z abstraktu: „Typst je svojimi autormi a fanúšikmi označovaný za novú generáciu nástroja na typografiu a spracovanie dokumentov. Nových používateľov láka na intuitívnejšie užívateľské rozhranie, monolitické riešenie základného formátovania a rýchlejší čas kompilácie. ... Porovnáme ho s etablovaným systémom LaTeX z viacerých hľadísk. Položíme si otázky, či tieto výhody kompenzujú robustnosť a veľkosť LaTeX-u a pokúsime sa nájsť jeho „koncového užívateľa“. Opísal som tento typografický systém, nešetril chválou a ani kritikou. A kritickí boli aj poslucháči, dlhoroční používatelia LaTeX-u, zvyknutí na svoje nástroje a prostredia. Poznáme to, často sa nám z princípu nechce meniť zaužívané prístupy. Je zaujímavé, že ma podporil práve Petr Olšák, ktorý sám zažil postupnú tvorbu konkurenčného systému, a vie, aký dlhý proces to je. Ja som nevystupoval ako obhajca Typst-u, ani žiadny akolyta. Snažil som sa o zodpovedné zhodnotenie. A nezabúdajme, že Typst je stále vo verzii 0.15. Ak bude záujem, môžem o Typste „spáchať“ nejaký článok i tu, na linuxos.sk.

V spomínanej prednáške som ukazoval ten istý algoritmus (výpočet Fibonacciho postupnosti) v jazykoch Typst, Lua a plainTeX. V plainTeX-u zaberal algoritmus 15 riadkov. Petr Olšák ho okamžite prepísal do OpTeX-u — do štyroch riadkov. Úžasné.





the intercepts $a_y$ and $a_z$ we use the well known formulas $\overline{y} = a_y + b_y\overline{x}$ and $\overline{z} = a_z + b_z\overline{x}$. In our cases the sum of intercepts is

$$a_y + a_z = \overline{y} - b_y\overline{x} + \overline{z} - b_z\overline{x} = \overline{y} + \overline{z} - (b_y + b_z)\overline{x} = \overline{y} + \overline{z} = 1.$$

Interesting situations may occur. What if somebody says that he or she does not want to hear anything about compositional data and any stuff like that because simple linear regression will do for the purpose of calculations. Such a person is actually doing it right without knowing about it.

## 3. Compositional regression in matrix notation

It is easy to see that the generalisation to more than two dependent variables is obvious. Now we want to generalize this result for more than one independent variable. A set of $T$ values of $K$ independent variables is given, $x_{t1}, x_{t2}, \ldots, x_{tK}$ for $t = 1, 2, \ldots, T$. We assume $x_{t1} = 1$ to indicate the presence of the intercept. To be specific, we define the $T \times K$ design matrix $\mathbf{X}$ as

$$\mathbf{X} = \begin{pmatrix} x_{11} & x_{12} & \cdots & x_{1K} \\ x_{21} & x_{22} & \cdots & x_{2K} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ x_{T1} & x_{T2} & \cdots & x_{TK} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & x_{12} & \cdots & x_{1K} \\ 1 & x_{22} & \cdots & x_{2K} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & x_{T2} & \cdots & x_{TK} \end{pmatrix}.$$

We let $\mathbf{b}^y$ and $\mathbf{b}^z$ denote the regression coefficients that correspond to dependent variables $y$ and $z$. If we set all the independent variables equal to zero with the exception of intercepts of course, the sum of these intercepts has to be equal to one. We have to have $b_1^y + b_1^z = 1$.

For any independent variable the sum is supposed to be the same, equal to one. We investigate the partial derivative of this sum, which is the sum of derivatives. It has to be equal to zero because it is a constant and it follows that $b_k^y + b_k^z = 0$ for $k = 2, \ldots, K$ in a compositional model.

**Theorem.** Let $\mathbf{X}$ be a matrix of independent variables with the first column consisting of ones. Let $\mathbf{y} = (y_1, y_2, \ldots, y_T$ and $\mathbf{z} = (z_1, z_2, \ldots, z_T)'$ satisfy $y_t + z_t = 1$ for $t = 1, 2, \ldots, T$. Let $\mathbf{X}'\mathbf{X}$ be nonsingular and let $\mathbf{b}^y$ and $\mathbf{b}^z$ be the solutions of equations $\mathbf{X}'\mathbf{X}\mathbf{b}^y = \mathbf{X}'\mathbf{y}$ and $\mathbf{X}'\mathbf{X}\mathbf{b}^z = \mathbf{X}'\mathbf{z}$ respectively. If $\mathbf{b} = \mathbf{b}^y + \mathbf{b}^z$, then $b_1 = 1$ and $b_k = 0$ for $k = 2, \ldots, K$.

**Proof.** Write down the equations for $\mathbf{b}^y$ and $\mathbf{b}^z$ and form their sum $\mathbf{X}'\mathbf{X}\mathbf{b}^y + \mathbf{X}'\mathbf{X}\mathbf{b}^z = \mathbf{X}'\mathbf{y} + \mathbf{X}'\mathbf{z}$ which is $\mathbf{X}'\mathbf{X}\mathbf{b} = \mathbf{X}'(\mathbf{y} + \mathbf{z})$.

Since $\mathbf{y}+\mathbf{z} = \mathbf{e}_T$ where $\mathbf{e}_T = (1, 1, \ldots, 1)'$ and ones are repeated $T$ times. The right hand side is $\mathbf{X}'\mathbf{e}_T = (T, \sum_{t=1}^{T} x_{t2}, \ldots, \sum_{t=1}^{T} x_{tK})'$.

Let us define $\mathbf{c}$ as $c_1 = 1$ and $c_k = 0$ for $k = 2, \ldots, K$. ($c$ stands for compositional.) We check what $\mathbf{X}'\mathbf{X}\mathbf{c}$ looks like and see that $\mathbf{X}\mathbf{c} = \mathbf{e}_T$ thus $\mathbf{X}'\mathbf{X}\mathbf{c} = (T, \sum_{t=1}^{T} x_{t2}, \ldots, \sum_{t=1}^{T} x_{tK})'$.

We see the equation $\mathbf{X}'\mathbf{X}\mathbf{c} = \mathbf{X}'\mathbf{e}$ is satisfied but the nonsingularity of $\mathbf{X}'\mathbf{X}$ allows us to premultiply both

$$\mathbf{X}'\mathbf{X}\mathbf{b} = \mathbf{X}'\mathbf{e} = (T, \sum_{t=1}^{T} x_{t2}, \ldots, \sum_{t=1}^{T} x_{tK})' \quad \text{and}$$

$$\mathbf{X}'\mathbf{X}\mathbf{c} = (T, \sum_{t=1}^{T} x_{t2}, \ldots, \sum_{t=1}^{T} x_{tK})'$$

by $(\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-\mathbf{1}}$ to obtain

$$\mathbf{b} = (\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-\mathbf{1}}(T, \sum_{t=1}^{T} x_{t2}, \ldots, \sum_{t=1}^{T} x_{tK})' \quad \text{and}$$

$$\mathbf{c} = (\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-\mathbf{1}}(T, \sum_{t=1}^{T} x_{t2}, \ldots, \sum_{t=1}^{T} x_{tK})'.$$

This means that $\mathbf{b} = \mathbf{c}$. Specifically, we have $b_1^y + b_1^z = 1$, $b_2^y + b_2^z = 0, \ldots, b_K^y + b_K^z = 0$ as required.

We have proved the above theorem just for two dependent variables because we believed that the indexing would get cluttered if we used more than two of them. It can be easily seen that for more than two dependent variables we would just use a symbol for the sum and the idea of the proof would stay the same.

## 4. General linear compositional regression

Suppose we have $K$ observations of independent variables $x_{t1}, \ldots, x_{tK}$ for each $t = 1, \ldots, T$ and of each of $M$ dependent variables $y_{t1}, \ldots, y_{tM}$. We define the $T \times M$ regressand matrix $\mathbf{Y}$ as $\mathbf{Y} = (\mathbf{y}_1 | \ldots | \mathbf{y}_m | \ldots | \mathbf{y}_M)$. This style of notation for sets of regressions is taken from Goldberger [3, p. 201] and this is why we use this book as a reference. To introduce the intercept, we assume $x_{t1} = 1$ for all $t = 1, \ldots, T$ and minimize the sum of squares

$$\sum_{m=1}^{M} \sum_{t=1}^{T} \left( \sum_{k=1}^{K} x_{tk} b_{km} - y_{tm} \right)^2$$





Okrem toho sme si dobre pokecali i večer na pive. Aj o tomto je OSSConf.

Hoci moja viera je taká,… no skoro žiadna, fascinovala ma prednáška Šimona Konečného o vytváraní študijnej biblie pomocou OpTEX-u a príslušných makier OpBible pomocou AI a samozrejme dôkladnej ľudskej revízie. Určite si ju pozrite na `https://phos.club/`. Je to nádherné a neuveriteľne rozsiahle dielo. Na webe sú celé PDF súbory, ale aj možnosť čítania online. Prednáška bola veľmi príjemná vďaka aure prednášajúceho a samozrejme pre mňa aj preto, že používa Emacs 😀.

*Štefan Toth* v príspevku so siahodlhým názvom „Preklad kníh pomocou lokálnych veľkých jazykových modelov: praktická skúsenosť s nástrojmi pre EPUB“ opísal praktické použitie lokálnych veľkých jazykových modelov pri preklade kníh do slovenčiny. A nastolil otázku, či je to lepšie robiť lokálne, na svojom stroji, alebo si zaplatiť SaaS službu. Došiel k záverom, že z hľadiska nákladov na elektrickú energiu je cena domáceho prekladu 2× vyššia (a to tam nie je zarátaný hardvér [o.i. grafická karta, ktorú na to použil, stála cca 5000 €]). Online služby umožňujú paralelizmus, takže čas prekladu je výrazne kratší. Ale dodám, že stále je to SaaS (*služba ako servis*). Tzn. že odosielame naše dáta na servery, kde strácame kontrolu nad tým, čo sa s nimi ďalej deje.

Hodí sa zacitovať niekoľko výrokov Richarda M. Stallmana:

> *Servery SaaS odoberajú používateľom kontrolu ešte neúprosnejšie ako proprietárny softvér. V prípade proprietárneho softvéru používatelia zvyčajne dostanú spustiteľný súbor, ale nie zdrojový kód. To sťažuje štúdium bežiaceho kódu, a preto je ťažké zistiť, čo program skutočne robí, a ťažké ho zmeniť.*
>
> *V prípade SaaS nemajú používatelia k dispozícii ani spustiteľný súbor, ktorý vykonáva ich výpočtové úlohy: ten sa nachádza na serveri niekoho iného, kde ho používatelia nemôžu vidieť ani ovládať. Preto je pre nich nemožné zistiť, čo program skutočne robí, a nemožné ho zmeniť.*
>
> *Navyše, SaaS automaticky vedie k dôsledkom, ktoré sú ekvivalentné škodlivým vlastnostiam niektorých proprietárnych softvérov.*
>
> *Napríklad niektoré proprietárne programy sú „spyware“: program odosiela údaje o počítačových aktivitách používateľov. Microsoft Windows odosiela informácie o aktivitách používateľov spoločnosti Microsoft. Windows Media Player hlási, čo každý používateľ sleduje alebo počúva. Amazon Kindle hlási, ktoré stránky ktorých kníh si používateľ prezerá a kedy. Angry Birds hlási históriu geolokácie používateľa.*
>
> *Teoreticky by sa homomorfné šifrovanie mohlo jedného dňa vyvinúť do takej miery, že budúce služby typu SaaS by mohli byť navrhnuté tak, aby nedokázali porozumieť niektorým údajom, ktoré im používatelia posielajú. Takéto služby by mohli byť nastavené tak, aby nesledovali používateľov; to však neznamená, že nebudú vykonávať žiadne sledovanie. Navyše, sledovanie je len jednou z vedľajších nespravodlivostí služieb typu SaaS.*
>
> *SaaS je rovnaké ako používanie proprietárneho softvéru so spywarom a univerzálnym backdoorom. Poskytuje prevádzkovateľovi servera neoprávnenú*

že vy neviete, čo sú to tie *shadery*? A veď to nevedelo ani 90% osadenstva, a ako sa im na konci páčili.

*Shader* je program pre grafickú kartu, ktorý určuje, ako sa má vypočítať farba pre každý pixel obrázka. Beží v GPU (ale nemusí) a rieši také veci ako svetlo, tiene, textúry, efekty, deformácie obrazu.

Možno si niekto pamätá na epizódu z *Teórie veľkého tresku*, kde Penny, pomerne jednoduchá (sprvu!) dievčina požiadala vedca Sheldona, aby jej „vysvetlil fyziku“, na čo on začína prednášku teplým vlhkým večerom, keď Aristoteles (alebo Sokrates, neviem presne) si voľačo všimol (zase neviem presne čo, ale to som celý ja, nikdy si nepamätám veci do detailov 🤷). A Mirec takto začal od grafiky na starých GPU a došiel k nádherným animáciám. Napríklad táto. Viac ukážok na stránke `https://www.shadertoy.com/`.

Potom som Mirca požiadal, nech ukáže zdrojové texty oných animácií. Je to zmeska matematiky a C. Len preto, aby si ostatní nemysleli, že to je len tak – že niečo naklikám a mám to. To zďaleka nie.

Po obede som sa presunul do inej miestnosti, kde Petr Olšák prezentoval svoj sádzací systém OpTEX (`https://petr.olsak.net/optex/`). Je postavený na LuaTEX-u, ale zásadne (oproti LATEX-u) sprehľadňuje celé pozadie sádzacieho stroja. Udržiava jednoduché princípy TEX-u bez neprehľadných makier a makier nad makrami, ako to poznáme v LATEX-u. Je voľne dostupný, je súčasťou TEX Live. Je to novinka z roku 2020, takže neobsahuje dnes už nepotrebné nánosy dlhého historického vývoja. Napríklad hneď od začiatku pracuje výlučne s fontmi Unicode a plne využíva možnosti moderného TEX-ového enginu LuaTEX. Predpokladá schopnosť používateľa používať primárne samotný TEX. Čo – povedzme si úprimne – zase hocikto neovláda, lebo LATEX nás rozmaznal a voviedol do sveta, síce pohodlného, ale zato neprehľadného, často ťažkopádneho a v ktorom sa už nikto nevyzná a keď sa niečo zasekne, tak natrvalo.

Kto ho nepozná, tak *Petr Olšák* je významná postava česko-slovenskej TEX komunity najmä cez dlhoročnú praktickú podporu TEX-u, tvorbu maker a vzdelávacie/komunitné aktivity, t.j. množstvo kníh a príspevkov. Okrem nového OpTEX-u je známy i prostredníctvom makier *OPmac* (rozširujúce makrá pre plainTEX), *apnum* (arbitrárna presnosť čísel implementovaná priamo v TEX makrách), CSTEX / CSplain (nástroje pre lokálnu typografiu), známy je i jeho systém pre fonty (Olsak's Font System).

Na webe má prehľad dlhého radu článkov (vrátane publikácií v TUGboat) najmä k OpTEX/OPmac a praktickým témam okolo TEX-u. Vo svete CSTEX-u zohral a zohráva významnú úlohu.

Ja som si jeho OpTEX vyskúšal dávnejšie. Tento minimalistický, nič neskrývajúci prístup sa mi páči. Dlhšie uvažujem, že by som spravil exporter pre emacsový *org mode*, aby si poradil i s jeho príkazmi.





with respect to $b_{km}$, $k = 1, 2, \ldots, K,\ m = 1, 2, \ldots, M$, subject to $K$ compositional constraints

$$\sum_{m=1}^{M} b_{1m} = 1 \quad \text{and} \quad \sum_{m=1}^{M} b_{km} = 0 \quad \text{for} \quad k = 2, \ldots, K.$$

A matrix notation is convenient when we deal with a set of dependent variables. A set of $T$ values of $K$ independent variables is given, $x_{t1}, x_{t2}, \ldots, x_{tK}$ for $t = 1, 2, \ldots, T$. We assume $x_{t1} = 1$ to indicate the presence of the intercept.

A set of $T$ values of $M$ dependent variables is given as $y_{t1}, y_{t2}, \ldots, y_{tM}$ for $t = 1, 2, \ldots, T$. We define the regressand vectors as $\mathbf{y}_1 = (\mathrm{y}_{11}, \mathrm{y}_{21}, \ldots, \mathrm{y}_{\mathrm{T}1})'$, $\ldots$, $\mathbf{y}_m = (\mathrm{y}_{1\mathrm{m}}, \mathrm{y}_{2\mathrm{m}}, \ldots, \mathrm{y}_{\mathrm{Tm}})'$, $\ldots$, $\mathbf{y}_M = (\mathrm{y}_{1\mathrm{M}}, \mathrm{y}_{2\mathrm{M}}, \ldots, \mathrm{y}_{\mathrm{TM}})'$.

We assume that $\mathbf{X}'\mathbf{X}$ is invertible which is a common assumption in ordinary least squares regression. The regression coefficients of the ordinary unrestricted regression analysis are $\mathbf{a}_m = (\mathrm{a}_{\mathrm{m}1}, \mathrm{a}_{\mathrm{m}2}, \ldots, \mathrm{a}_{\mathrm{m}K})'$ where $\mathbf{a}_m = (\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1}\mathbf{X}'\mathbf{y}_m$. To derive this formula Goldberger [3] uses matrix differentiation, Maindonald [4, p. 23] does not. Since we want to impose certain restrictions on the regression coefficients, it is more convenient to define an equivalent joint regression model by using a partitioned matrix

$$\mathbf{X}_p = \begin{pmatrix} \mathbf{X} & | & \mathbf{0} & | & \ldots & | & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & | & \mathbf{X} & | & \ldots & | & \mathbf{0} \\ & & & \ddots & & & \\ \ldots & \ldots & \ldots & & \ldots & \ldots & \ldots \\ \mathbf{0} & | & \mathbf{0} & | & \ldots & | & \mathbf{X} \end{pmatrix}.$$

$\mathbf{X}$ occurs $M$ times in $\mathbf{X}_p$ which is of type $MT \times MK$. If the rank of $\mathbf{X}$ is $K$, the rank of $\mathbf{X}_p$ is $MK$.

We also define partitioned column vectors $\mathbf{y}_p = (\mathbf{y}_1' | \mathbf{y}_2' | \ldots | \mathbf{y}_M')'$ and $\mathbf{a}_p = (\mathbf{a}_1' | \mathbf{a}_2' | \ldots | \mathbf{a}_M')'$.

The joint model is $\mathbf{y}_p = \mathbf{X}_p\mathbf{a}_p + \mathbf{e}_p$. We minimize the unrestricted sum of squares by calculating $\mathbf{a}_p = (\mathbf{X}_p'\mathbf{X}_p)^{-1}\mathbf{X}_p'\mathbf{y}_p$.

In this joint model we have a square matrix

$$\mathbf{X}_p'\mathbf{X}_p = \begin{pmatrix} \mathbf{X}'\mathbf{X} & | & \mathbf{0} & | & \ldots & | & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & | & \mathbf{X}'\mathbf{X} & | & \ldots & | & \mathbf{0} \\ & & & \ddots & & & \\ \ldots & \ldots & \ldots & & \ldots & \ldots & \ldots \\ \mathbf{0} & | & \mathbf{0} & | & \ldots & | & \mathbf{X}'\mathbf{X} \end{pmatrix}.$$

The type of $\mathbf{X}_p'\mathbf{X}_p$ is $MK \times MK$ which makes it computationally feasible because it is sufficient to calculate $(\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1}$ to get the inverse

$$(\mathbf{X}_p'\mathbf{X}_p)^{-1} = \begin{pmatrix} (\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1} & | & \mathbf{0} & | & \dots & | & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & | & (\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1} & | & \dots & | & \mathbf{0} \\ & & & \ddots & \dots & \dots & \\ \dots & \dots & \dots & & \dots & \dots & \dots \\ \mathbf{0} & | & \mathbf{0} & | & \dots & | & (\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1} \end{pmatrix}.$$

We get the same result as we would obtain in $M$ separate models. The advantage of the joint model becomes clear when we impose restrictions on the model. The regression coefficients in the restricted model are denoted as $\mathbf{b}_p = (\mathbf{b}_1'|\mathbf{b}_2'|\dots|\mathbf{b}_M')'$.

We write linear restrictions on the coefficients in the form $\mathbf{R}_p\mathbf{b}_p = \mathbf{r}$ where $\mathbf{R}_p$ is a partitioned matrix, $\mathbf{R}_p = (\mathbf{I}_K|\mathbf{I}_K|\dots|\mathbf{I}_K)$, $\mathbf{I}_K$ is a $K \times K$ identity matrix repeated $M$ times. Thus $\mathbf{R}_p$ is a $K \times KM$ matrix of rank $K$.

The right hand side is $\mathbf{r} = (1, 0, \dots, 0)'$ of type $K \times 1$ which is the way of saying that the sum of intercepts is $\sum_{m=1}^{M} b_{1m} = 1$ and that the meaning of zero components is $\sum_{m=1}^{M} b_{km} = 0$ for $k = 2, 3, \dots, K$.

The formula we can now use is well known, Goldberger [3, p. 256–257]. When $\mathbf{a}_p = (\mathbf{X}_p'\mathbf{X}_p)^{-1}\mathbf{X}_p'\mathbf{y}_p$, is obtained by the unconstrained ordinary least squares method, then the formula, when the restrictions are applied, is

$$\mathbf{b}_p = \mathbf{a}_p + (\mathbf{X}_p'\mathbf{X}_p)^{-1}\mathbf{R}_p'(\mathbf{R_p}(\mathbf{X}_p'\mathbf{X}_p)^{-1}\mathbf{R}_p')^{-1}(\mathbf{r} - \mathbf{R}_p\mathbf{a}_p)$$

Since $\mathbf{R}_p = (\mathbf{I}_K|\mathbf{I}_K|\dots|\mathbf{I}_K)$ where $\mathbf{I}_K$ is a $K \times K$ identity matrix and we also know what $(\mathbf{X}_p'\mathbf{X}_p)^{-1}$ is, it is easy to verify that since

$$(\mathbf{X}_p'\mathbf{X}_p)^{-1}\mathbf{R}_p' = \begin{pmatrix} (\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1} & | & \mathbf{0} & | & \dots & | & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & | & (\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1} & | & \dots & | & \mathbf{0} \\ & & & \ddots & \dots & \dots & \\ \dots & \dots & \dots & & \dots & \dots & \dots \\ \mathbf{0} & | & \mathbf{0} & | & \dots & | & (\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{I}_K \\ \mathbf{I}_K \\ \dots \\ \mathbf{I}_K \end{pmatrix},$$

we have

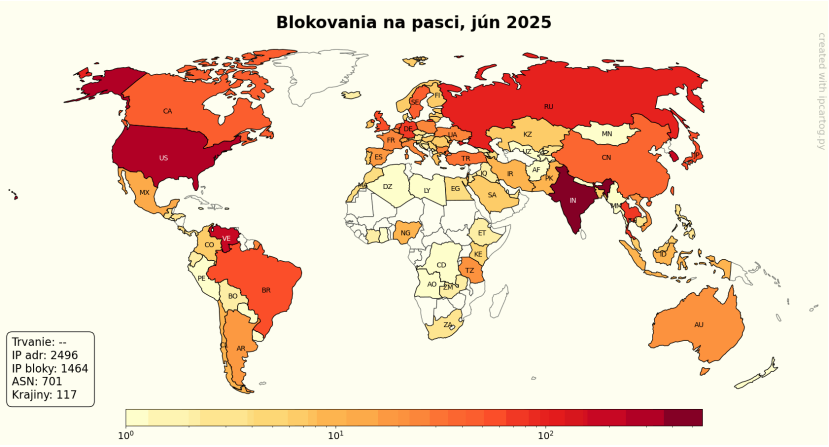
$$(\mathbf{X}_p'\mathbf{X}_p)^{-1}\mathbf{R}_p' = \begin{pmatrix} (\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1} \\ \dots \\ (\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1} \end{pmatrix}.$$

thus

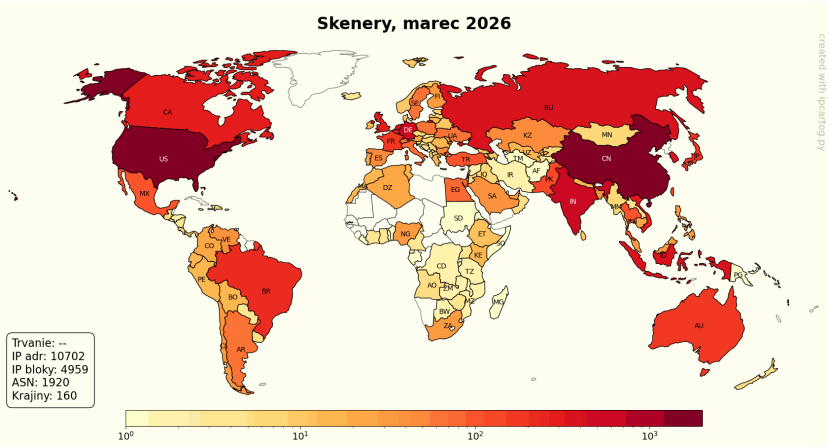
$$(\mathbf{R_p}(\mathbf{X}_p'\mathbf{X}_p)^{-1}\mathbf{R}_p')^{-1} = (\mathbf{I}_K|\mathbf{I}_K|\dots|\mathbf{I}_K) \begin{pmatrix} (\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1} \\ \dots \\ (\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1} \end{pmatrix} = \mathbf{X}'\mathbf{X}/M$$








Obr. 1: Mapa zablokovaných útokov na sieťovej pasci




Obr. 2: Mapa sieťových skenerov

„Memory Protection Unit“ a zmysluplného aplikačného modelu okolo toho. Takže žiadna aplikácia nemôže „babrať“ do pamäte druhej. A má to ešte iné výhody, odporúčam si pozrieť web cmrxrtos.org. Neskôr mal Edo o tom aj workshop, ale ja som bol na inom a krylo sa to aj s mojou prednáškou...

Na záver opäť Mirek Biňas zaujal hackovaním čínskeho routra, v ktorom bolo pradávne Raspberry Pi. Aj keď človek nemá ilúzie o mnohých produktoch, takéto prednášky človeka zase postavia pred otázku, či používanie lacných zariadení, ktoré sa ľahko nastavujú (napr. i čínske WiFi kamery) vskutku stojí za tú úsporu (peňazí a/alebo času). Mirek to zase viedol interaktívne a nejako sme sa všetci spoločne dopracovali k tomu, že sa vedel prihlásiť do *backdoorového* konta zariadenia. Pomocou klasických linuxových nástrojov ako *nmap* či *netcat*. Zaujal i náš kamarát Rasťo, ktorý sypal parametre pre *nmap* z hlavy 😀.

Na záver dňa sme dostali guláš. Keďže sa nepekne rozpršalo (krúpy mne i ostatným trochu upravili fasádu auta) tak to nebolo, ako zvyčajne, na dvore za fakultou, ale v jedálni. Vôbec to nevadilo, dobre sme si pokecali a zahrala aj gitara.

## 3. Druhý deň

Začal sa prednáškou *Slavka*. Jeho prednášky sú vždy veľmi zábavné (a aj musia byť, ak chce zaujať v reálnej praxi svojich žiakov, teda aspoň vtipnejšie ako doom-scrolling na Instagrame)! A trochu aj kontroverzné. Teda – to nie je úplne presné slovo. Slavko má schopnosť, a tá mi veľmi imponuje, pomenúvať veci pravými menami. Tým narážam na to, že prednášky sa nahrávali (alebo niekam prenášali, neviem) pomocou MS Teams. Čo je v rozpore s duchom konferencie. Nebudem tu vznášať ohnivú kritiku. No nebolo to určite ideálne. Ešte viac – nebolo to vôbec vhodné. Preto by bolo žiadúce to v budúcnosti vyriešiť pomocou slobodných nástrojov. Teraz na to bude čas. Alebo to aj úplne zavrhnúť, ak sa nenájde riešenie. Náš linuxový spôsob života nás naučil nájsť riešenia. Takže nemám obavy.

Slavko opísal svoju cestu (ako v Hobitovi) vizualizácie dát, ktorá začala pri *matplotlib* a skončila nakoniec znovu pri *matplotlib*. Akých dát? Nuž geografických. Napríklad dát o útokoch na jeho server vztiahnutých na geografické oblasti. Laik ako ja by si myslel, že sa to musí robiť len a len ručne. No – nemusí, ak má človek nápad, chuť a samozrejme zručnosť. Na konci sú potom krásne farebné výstupy na mape sveta.

Aj náš Miroslav Bendík mal svoju prednášku. O *Shadertoy*. Proste o *shaderoch*. A ich programovaní pomocou online prostredia. Tých *shaderov*. Jáj,





and

$$\mathbf{b}_p = \mathbf{a}_p + (\mathbf{X}_p'\mathbf{X}_p)^{-1}\mathbf{R}_p'(\mathbf{X}'\mathbf{X})(\mathbf{r} - \mathbf{R}_p\mathbf{a}_p)/M.$$

We have already shown that

$$(\mathbf{X}_p'\mathbf{X}_p)^{-1}\mathbf{R}_p' = \begin{pmatrix} (\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1} \\ \cdots \\ (\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1} \end{pmatrix}.$$

Thus

$$(\mathbf{X}_p'\mathbf{X}_p)^{-1}\mathbf{R}_p'\mathbf{X}'\mathbf{X} = \begin{pmatrix} (\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1} \\ \cdots \\ (\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1} \end{pmatrix} \mathbf{X}'\mathbf{X} = \begin{pmatrix} \mathbf{I}_K \\ \mathbf{I}_K \\ \cdots \\ \mathbf{I}_K \end{pmatrix}.$$

and

$$\mathbf{b}_p = \mathbf{a}_p + \begin{pmatrix} \mathbf{I}_K \\ \mathbf{I}_K \\ \cdots \\ \mathbf{I}_K \end{pmatrix} (\mathbf{r} - \mathbf{R}_p\mathbf{a}_p)/M = \mathbf{a}_p + \begin{pmatrix} \mathbf{r} - \mathbf{R}_p\mathbf{a}_p \\ \cdots \\ \mathbf{r} - \mathbf{R}_p\mathbf{a}_p \end{pmatrix} /M$$

where $\mathbf{r} - \mathbf{R}_p\mathbf{a}_p$ is repeated $M$ times.

We can see that the difference of the restricted estimator $\mathbf{b}_p$ from the unrestricted one $\mathbf{a}_p$ is

$$\begin{pmatrix} \mathbf{r} - \mathbf{R}_p\mathbf{a}_p \\ \cdots \\ \mathbf{r} - \mathbf{R}_p\mathbf{a}_p \end{pmatrix} /M$$

that is, the difference $\mathbf{r} - \mathbf{R}_p\mathbf{a}_p$ is divided into $M$ equal amounts to correct the ordinary regression coefficients. It is also worth mentioning that we got rid of calculating inverse matrices which is certainly an advantage from the numerical point of view.

If the data are strictly compositional, that is, the sum of dependent variables is equal to exactly one at each datapoint the equation $\mathbf{R}_p\mathbf{a}_p = \mathbf{r}$ is satisfied. It implies that the correction terms are equal to zero.

## 5. Numerical example

Our approach was originally designed to study concentrations of certain substances. Since such an example would not be obvious, we took the data about

the causes of death in the US. The number of inhabitants may be different each year but the proportions may follow some other pattern.

`http://www.cdc.gov/nchs/nvss/mortality/lcwk9.htm`

is the address from which only a small part of data was used. The most prominent causes of death are cardiovascular diseases (denoted as Heart) and cancer, other specific causes have frequency less than six percent. The data are presented in the table below. We indicate that we used the year minus 2000. Coefficients of the restricted linear regression follow. The coefficients of $y = a + b(\text{Year} - 2000)$ are next to it. The overall sum of squares is 7.038e-5.

| Year | Heart | Cancer | Other | Coeff | Heart | Cancer | Other |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1999 | 0.30327 | 0.22987 | 0.46686 | $a$ | 0.29627 | 0.22894 | 0.47479 |
| 2000 | 0.29578 | 0.23009 | 0.47412 | $b$ | −0.005830 | 0.0002348 | 0.005595 |
| 2001 | 0.28969 | 0.22911 | 0.48120 | | | | |
| 2002 | 0.28526 | 0.22802 | 0.48672 | | | | |
| 2003 | 0.27984 | 0.22746 | 0.49270 | | | | |
| 2004 | 0.27214 | 0.23099 | 0.49688 | | | | |
| 2005 | 0.26638 | 0.22848 | 0.50515 | | | | |
| 2006 | 0.26037 | 0.23075 | 0.50888 | | | | |
| 2007 | 0.25423 | 0.23221 | 0.51356 | | | | |
| 2008 | 0.24957 | 0.22878 | 0.52165 | | | | |
| 2009 | 0.24591 | 0.23293 | 0.52116 | | | | |

The coefficients are the same as the coefficients for unrestricted regressions. This is because we used the catch-all category Other. We may also verify that the sums of coefficients are 1 and 0 respectively.

## 6. What is it good for

It is true that the equalities derived in this paper may be interesting. Especially the part when somebody does not like compositional approach but uses it without realizing it. Compositional linear regression yields linear unbiased estimates with variances less than or equal to those unrestricted estimates. But there is a serious disadvantage of linear functions. They eventually take on values that are negative or greater than one when arguments are allowed to be arbitrarily large.

On the other hand, we need not worry about some observations equal to zero. Restricted regression does not care but we have to be careful about the domain of definition not to obtain values that are negative or greater than one. The main purpose of the linear compositional regression is to obtain





udržiavateľný, rozšíriteľný, testovateľný. Teda to, čo presne pri programovaní malých $\mu$kontrolérov nerobíme. No veď ono je to aj myslené pri tvorbe *tutti* programov pre zariadenia, ktoré z nás spravia boháčov. Ak to zatiaľ tak nie je (a teda ak nie sme boháči), tak to bude možno aj tým.

Mirek je VŠ pedagóg, a preto sú jeho prednášky dynamické, vtipné, kontaktné a trochu stresujúce. Proste sa pýta do davu a dav občas neodpovedá. A preto sa na jeho prednášky (alebo workshopy) oplatí ísť aj vtedy, ak človek nie je v onej problematike „doma“ alebo je to pre neho úplne nové. Nenásilne a neplánovane sa človek veľa naučí.

Druhú prednášku mal Mirek o organizovaní *Namakaných dní*, ktoré sa pravidelne robia na Technickej univerzite v Košiciach. Predstavil šikovné nástroje pomáhajúce s plánovaním, prezentáciou či mailing-listami.

Potom bola séria prednášok o CyberGame, čo je náročná programátorská súťaž, ktorú hrajú juniori, študenti, učitelia, programátori, profesionálni bezpečáci. CyberGame obsahuje viac ako sedemdesiat úloh z oblastí: malvérová, forenzná a OSINT analýza, kryptografia a ofenzívna bezpečnosť. A o svoje skúsenosti sa podelili promotéri i súťažiaci. Len na okraj: i ja som sa tento rok zapojil, s biednym výsledkom (no zase pár úloh som vyriešil 😁…). Jednak som sa o tom dozvedel až pred koncom a jednak aj preto, že som vzhľadom na svoje vedomosti niekedy ani nebol schopný rozšifrovať skratky v zadaniach. Mne osobne to príde ako hodne špecifická vec, pre ktorú musí mať človek nadšenie. Nie je to len o trénovaní logiky tvorením algoritmov. Človek sa musí o to aktívne zaujímať – čo ja (sa) nie.

Ale nevidel som to do konca, pretože som dal prednosť workshopu o *TikZ*-e. Viedol to *Rudolf Blaško* a hoci išiel v rýchlom tempe, stíhal som to na laptope písať a testovať. Kto to nepozná – *TikZ* je rozšírenie pre LaTeX na kreslenie vektorovej grafiky priamo v dokumentoch. Umožňuje vytvárať diagramy, schémy, grafy aj ilustrácie pomocou príkazov (napr. definovaním bodov, čiar, tvarov a zarovnaním prvkov), takže *grafika 100% pasuje do dokumentu* z hľadiska dizajnu, fontov a pod. Nie je ako „pásť na oko“, keď niekto nakreslí grafiku v inom programe a len ju tam „na hulváta“ vloží. Lebo o tom LaTeX predsa je – o estetike, štýle, **trochu elitárstve** a samozrejme nádherných typografických výstupoch.

Potom sa mi podarilo stihnúť prednášku *Eda Drusu* o ochrane pamäte v $\mu$kontroléroch. Tá je realizovaná viacerými spôsobmi. Pričom jedna je otravnejšia ako druhá. Ale Edov operačný systém pre ARM-ové procesory (nemýliť si s armatúrou 😀) to umožňuje robiť *neiritujúco*, pomocou šikovných makier v C. Samozrejme, na pozadí je nejaká mágia, ktorej rozumie len autor. Ťažko zhrnúť také veľké dielo do pár viet, takže len poviem, že sa jedná o izoláciu jednotlivých procesov priamo na $\mu$kontroléri pomocou hardvérovej

# AKO BOLO NA OSSCONF 2026?
# HOW WAS OSSCONF 2026?

**Richard Fabo**

*Adresa*: Triton Famme s.r.o., Levočská 862/28, 058 01 Poprad, Slovensko

*E-mail*: triton@famme.sk

Od 1. do 3. júla 2026 sa konala každoročná konferencia OSSConf a ja som nesmel chýbať. Čo ma na nej zaujalo?[1]

## 1. Je to už veru tradícia

Akoby aj nie, keď to bol štrnásty ročník. To je pekné číslo, za rok môže dostať aj občiansky preukaz. Cieľom konferencií OSSConf je predovšetkým *neformálne stretnutie priaznivcov otvoreného softvéru a otvorených technológií.* A popri tom sa niečo nové dozvedieť a naučiť. Aspoň u mňa je to takto, rád vidím a stretnem ľudí, ktorí sú na rovnakej vlnovej dĺžke ako ja. A samozrejme, zväčša sa jedná o tie isté tváre. Tento rok sme tam zo „severnej" linuxovej skupiny boli traja: Slavko, Mirec a ja. Čo je aj jemná výčitka voči ostatným linuxákom z linuxos.sk. Ozaj jemná. Mimochodom, Slavko je jedným z *praotcov—zakladateľov* konferencie.

Ubytovaní sme boli na internátoch, tento rok sme to s Mircom nepodcenili a objednali si izby trochu skôr. Ono sa dá ubytovať hocikde, ale internáty na Veľkých Dieloch sú po ruke a netreba sa prepravovať motorizovane.

Tento rok bol program mimoriadne „našlapaný". Až natoľko, že prednášky a workshopy boli paralelne – viď program. Na jednej strane bolo skvelé, že je to takto bohaté, na druhej strane sa niektoré zaujímavé (pre mňa) prednášky prekrývali s inými. Taktiež to opticky oslabilo účasť (počet návštevníkov si netrúfam odhadovať), pretože sa ľudia roztrúsili.

Napíšem tu niekoľko svojich postrehov. Každá prednáška by si zaslúžila svoj priestor a opis, ale nebudem sa každej (navštívenej) venovať, lebo by to bolo veľmi pracné. Preto sa ospravedlňujem tým, ktorých mená tu nezaznejú.

## 2. Prvý deň

*Mirek Biňas* nám objasnil SOLID princípy v IoT. To poznáme, *IoT = Internet of sTinks.* A SOLID princípy sú o tom, ako dizajnovať softvér, aby bol

[1] Přetisk: Fabo, Richard. Ako bolo na OSSConf 2026? In: *LinuxOS.sk* [online]. 7. 7. 2026. ISSN 1337-7639. [cit. 6. 10. 2026]. Dostupné z: https://linuxos.sk/blog/richard/detail/ako-bolo-na-ossconf-2026/





the values of functions and their partial derivatives that will be used for interpolation by generalized logistic functions, as defined by Agresti [1]. The values of parameters we will obtain by interpolation will be used as starting values for iterative processes to find the minimal sum of squares numerically. The question of obtaining the starting values is usually neglected by people who actually don't write the programs and therefore don't have the need to address this question.

As we mentioned above the values of linear functions are eventually outside the interval (0,1). The arguments for which such values are within the interval [0,1] form a polytope. Only an interior point of a polytope may be used for interpolation by logistic functions. That is why the following has been included.

## 7. Interior point of the polytope

**Fact.** Let $p_1, \ldots, p_M$, where $M > 1$, be real numbers with $\sum_{m=1}^{M} p_m = 1$. Then $0 < p_m < 1$ for each $m = 1, \ldots, M$ if and only if $0 < p_m$ for each $m = 1, \ldots, M$.

**Proof.** Obviously $0 < p_m < 1$ implies $0 < p_m$. But if $0 < p_m$ for all $m$ and $p_m = 1 - \sum_{i=1, i\neq m}^{M} p_i < 1$.

It is good to write this fact down because in our case of restricted linear regression it will suffice to examine merely if $0 < p_m$ for each $m = 1, \ldots, M$. Now we replace $p_m$ by a function $f_m(x)$ of $x$ where $x = (x_1, \ldots, x_K)'$ and check if there is a domain of definition for which $0 < f_m(x)$ for all $m = 1, \ldots, M$.

When we consider practical applications, we calculate the means of the independent variable data $\overline{x}_k = \sum_{t=1}^{T} x_{tk}/T$ for $k = 1, \ldots, K$, $\overline{\mathbf{x}} = (\overline{x}_1, \ldots, \overline{x}_K)'$ and check if these means satisfy $0 < f_m(\overline{\mathbf{x}})$ for all $m = 1, \ldots, M$. Unfortunately there is no guarantee that the means will work.

To find the values of $\mathbf{x}$ that satisfy $0 < f_m(\mathbf{x})$ for all $m = 1, \ldots, M$ we introduce a new single variable $y$ and examine $f_m(\mathbf{x}) - y \geq 0$. In our case of restricted linear regression we have a linear programming model: Maximize the slack variable $y$ subject to $y \geq 0$ and $f_m(\mathbf{x}) - y \geq 0$ for $m = 1, \ldots, M$, $\mathbf{x}$ unconstrained as to the signs. This task may be solved easily by the simplex method because the number of variables is small.

The only trouble with the simplex algorithm may arise due to rounding errors. That is why we prefer the use of this simple idea instead of other methods of finding an interior point or some optimal center of a polytope.

## References


[1] Agresti, A., 1990, *Categorical Data Analysis,* John Wiley and Sons, New York, p. 313. *cit. 11*

[2] Aitchison, J., 1986, *The Statistical Analysis of Compositional Data,* Chapman and Hall; reprinted in 2003 by The Blackburn Press. *cit. 3*

[3] Goldberger, A. S., 1964, *Econometric Theory,* John Wiley and Sons, New York, London, Sydney. *cit. 6, 7 a 8*

[4] Maindonald, J. H., 1984, *Statistical Computation,* John Wiley and Sons Inc, N. Y., etc. *cit. 7*

[5] Pawlowsky-Glahn, Vera, 2015, *Modelling and analysis of compositional data,* Chichester, England: Wiley. *cit. 3*






## Poděkování

Autor děkuje Pavlu Střížovi a jeho AI agentovi za podnětné připomínky, prvnímu ještě za starostlivost při úpravě před vydáním.

## Reference


[1] Půlpán, Z.: Zobecněná entropie (Rényho $\alpha$-entropie a další). *Informační bulletin České statistické společnosti*, 4/2024, s. 3–17, ISSN 1210-8022. *cit. 15, 17, 18 a 20*

[2] Majerník, V., Richterek, L., Vlček, M.: Entropické relace neurčitosti. *Pokroky matematiky, fyziky a astronomie*, roč. 44 (1999), č. 4. *cit. 14*

[3] Rényi, A.: *On the Measures of Entropy and Information.* Proc. 4th Berkeley Symp. Math. Stat. and Probability 1 (1961). *cit. 14*

[4] Vajda, I.: *Teorie informace.* ČVUT, Praha 2004, ISBN 80-01-02986-7. *cit. 14*

[5] Prigogine, I., Kondepudi, D.: *Modern Thermodynamics.* 2nd ed., John Wiley and Sons, Chichester, 2014, s. 84–95. *cit. 14*

*Příklad 2.* Uvažujme stejnou náhodnou veličinu jako v příkladu 1:

$$X = (0{,}2; 0{,}5; 0{,}1; 0{,}2).$$

Počítejme pro ni $L(X)$ a $Kv(X)$:

$$\begin{aligned} L(X) &= k\big(0{,}2 \cdot 0{,}8 + 0{,}5 \cdot 0{,}5 + 0{,}1 \cdot 0{,}9 + 0{,}2 \cdot 0{,}8\big) \\ &= 0{,}66k, \\ Kv(X) &= \big(0{,}2^3 + 0{,}5^3 + 0{,}1^3 + 0{,}2^3\big) \\ &\quad - (k+1)\big(0{,}2^2 + 0{,}5^2 + 0{,}1^2 + 0{,}2^2\big) + k \\ &= 0{,}142 - 0{,}34(k+1) + k. \end{aligned}$$

Pro $k = 1$ je $L(X) = 0{,}66$ a $Kv(X) = 0{,}462$. □

Asi si laskavý čtenář uvědomil při odvozování předchozích entropií jistou paralelu mezi odvozením Shannonovy entropie a entropií (3) a (4). Rozdíl byl v tom, že jsme použili na začátku omezenou funkci $l(p)$ na rozdíl od Shannonovy volby funkce $-\log_z p$, $z > 1$.

Vzhledem k předchozím ukázkám možných odvození entropií by se mohlo zdát, že každá klesající funkce $h(p)$ na $(0, 1]$, pro kterou $\lim_{p\to 0^+} h(p) = +\infty$ nebo $\lim_{p\to 0^+} h(p) = k > 0$, by mohla být tou základní pro její konstrukci. To však není pravda. Uvažujme funkci $f(p) = 1/p - 1$ pro $0 < p \leq 1$, resp. $f(0) = 0$. Pak by měla být střední hodnota pro náhodnou veličinu $X = (p_1, p_2, \ldots, p_n)$, kde všechna $p_i > 0$, v pravděpodobnostním prostoru $[\Omega_n, A_n, P_n]$ rovna

$$\sum_{i=1}^{n} p_i \left(\frac{1}{p_i} - 1\right) = \sum_{i=1}^{n} (1 - p_i) = n - 1.$$

Vidíme, že tato střední hodnota neindikuje žádnou změnu v rozdělení n. v. $X$. Nemá tedy tu základní vlastnost, kterou po entropiích požadujeme, například, že pro $p_i = 1/n$ je maximální (zde je vždy rovna $n - 1$).

## 4. Závěr

V článku [1] jsme ukázali, že pro vyjádření jistých pochybností odhadovaných pomocí pravděpodobnosti nevystačíme s jednotným vzorcem. Velmi záleží na situaci a také možnosti vhodné interpretace charakteristiky mající zachytit neurčitost, kterou pak nazýváme entropie. V tomto příspěvku jsme se snažili ukázat i určitou omezenost klasického postupu odvození charakteristik neurčitosti.





# K DISKUSI O ENTROPIÍCH
# ON THE DISCUSSION OF ENTROPIES

**Zdeněk Půlpán**

*Adresa*: Univerzita Pardubice, Dopravní fakulta Jana Pernera, Studentská 95, 532 10 Pardubice 2; Na Brně 1952, 500 09 Hradec Králové 9

*E-mail*: zdenek.pulpan@post.cz

**Abstrakt:** Ukážeme zajímavý příklad odvození jednoho typu entropie náhodné veličiny $X = (p_1, p_2, \ldots, p_n)$, kde $0 \leq p_i \leq 1$ a $\sum_{i=1}^{n} p_i = 1$, z entropie pro náhodnou veličinu $X = (p_1, p_2) = (p_1, p_2, 0, \ldots, 0)$ v konečném pravděpodobnostním prostoru $[\Omega_n, A_n, P_n]$, kde $\Omega_n$ je $n$-prvkový základní prostor, $A_n$ algebra na $\Omega_n$ a $P_n$ pravděpodobnost na $A_n$. Ukázku porovnáme s dříve odvozenou entropií ze stejného základu pro náhodnou veličinu $X = (p_1, p_2)$.

**Klíčová slova:** Entropie, zobecněná entropie.

**Abstract:** We show an example of deriving a type of entropy for a random variable $X = (p_1, p_2, \ldots, p_n)$, where $0 \leq p_i \leq 1$ and $\sum_{i=1}^{n} p_i = 1$, from the entropy of $X = (p_1, p_2) = (p_1, p_2, 0, \ldots, 0)$ in a finite probability space $[\Omega_n, A_n, P_n]$, where $\Omega_n$ is an $n$-element sample space, $A_n$ is an algebra on $\Omega_n$, and $P_n$ is a probability measure on $A_n$. We compare this example with an entropy previously derived from the same starting point for $X = (p_1, p_2)$.

**Keywords:** Entropy, generalised entropy.

## 1. Úvod

V teorii pravděpodobnosti a matematické statistice se objevily různé míry pro vyjádření neurčitosti:

a) jevu; mírou neurčitosti je například jeho pravděpodobnost;

b) náhodné veličiny; mírou neurčitosti náhodné veličiny mohou být její centrální momenty nebo Shannonova míra nebo jiné speciální míry, jak jsme o tom psali v [1].

Protože se objevilo více možností vyjádření neurčitosti, Fadějev cítil možná potřebu formulovat podmínky pro to, aby nějaká charakteristika mohla být považována za míru neurčitosti závislou *pouze* na pravděpodobnosti. Jak uvidíme, fyzikální entropie má rozměr a vztahuje se k různým fyzikálním veličinám. I když má jisté podobnosti se statistickou entropií uvažovanou v teorii pravděpodobnosti, je to jiná míra.

Populárně statistická entropie má vyjadřovat míru neuspořádanosti; v podobném smyslu se užívá i ve fyzice. Jsou však určité rozdíly. Fyzikální entropie (s označením $S$) se uváděla, dříve než entropie statistická, nejprve v souvislosti s druhým termodynamickým zákonem prostřednictvím úplného diferenciálu $\mathrm{d}S = \mathrm{d}Q/T$, kde $Q$ je teplo a $T$ absolutní teplota systému. Tyto veličiny souvisí spolu vztahem, který je zákonem zachování energie ve tvaru $\mathrm{d}Q = \mathrm{d}U + \mathrm{d}A$, kde na pravé straně nejsou úplné diferenciály vnitřní energie $U$ a práce $A$. Znamená to, že dodané teplo $Q$ se v systému spotřebuje na zvýšení vnitřní energie a práci. Převrácená hodnota absolutní teploty $T$ je pro rovnici $\mathrm{d}Q = \mathrm{d}U + \mathrm{d}A$ integrační faktor. Proto je $S$ veličina s rozměrem $\mathrm{J\,K^{-1}}$, integrálem uvažované rovnice. Veličina $S$ vyjadřuje také směřování uzavřeného termodynamického systému (jeho termodynamická entropie nemůže klesat; v souvislosti s dále zmiňovaným Gibbsovým pojetím se tato vlastnost popisuje jako směřování uzavřeného systému od stavu méně stabilního ke stabilnějšímu). To je Clausiovo pojetí, které v klasické fyzice termodynamickou entropii jednoznačně definuje. Kniha [5] je vhodným zdrojem pro tento termodynamický úvod.

V případě diskrétních stavů $i$ se podle Gibbse dá jiná fyzikální entropie psát ve tvaru $S = -k\sum_i p_i \log p_i$, kde $p_i$ jsou pravděpodobnosti $i$-tého mikrostavu systému. Část pravé strany předchozího vztahu se podobá výrazu pro Shannonovu entropii. Konstanta $k$ má hodnotu a fyzikální rozměr $k = 1{,}380649 \cdot 10^{-23}\,\mathrm{J\,K^{-1}}$. V případě izolovaného systému v rovnováze Boltzmann uvádí pro entropii vztah $S = k \ln \Omega$, kde $\Omega$ je systému dostupná část fázového prostoru (u stejnocenných mikrostavů se jedná o počet rozlišitelných mikrostavů daného makroskopického systému; to však částečně souhlasí s Hartleyovou mírou neurčitosti až na fyzikální rozměr Boltzmannovy entropie).

Fyzikální entropie $S$ je vždy *stavová veličina*. Souvisí proto s makroskopicky určovanými fyzikálními veličinami (v termodynamice jsou to $p$, $V$, $T$: tlak, objem a absolutní teplota). Čím vyšší je entropie jistého uzavřeného fyzikálního systému, tím více je energie, kterou již nelze využít k vykonání práce prostřednictvím uvažovaného systému.

Teorie pravděpodobnosti zavádí entropii jako charakteristiku náhodných veličin nabývajících pouze diskrétních hodnot. Odpovídající vzorec pro spojitou náhodnou veličinu s hustotou $f(x)$ není obecně limitou entropie pro diskrétní rozdělení. Majerník a kol. [2] tento rozdíl výslovně rozebírají na s. 320–321. Princip maxima statistické entropie pro odhad parametrů rozdělení náhodné veličiny vychází z představy nejvyšší „stability“ systému popsaného danou veličinou při maximální entropii; to je jedna z dalších podob fyzikálních a statistických úvah [3, 4].





2) $L(1, 0, \ldots, 0) = 0$.

3) $L(p_1, \ldots, p_j, 0, \ldots, 0) = L(p_1, \ldots, p_j)$ pro $2 \le j < n$.

4) $L(0{,}5; 0{,}5) = k/2$.

5) Lineární entropie nesplňuje třetí Fadějevovu podmínku.

6) Protože $k(1 - p_i) \le k$, je $k\sum_{i=1}^n p_i(1 - p_i) \le k\sum_{i=1}^n p_i = k$ (snadno se o tom přesvědčíme např. dosazením do levé a pak pravé strany podmínky).

Pokračujme dále. Volme kvadratickou nerostoucí konvexní funkci $kv(p)$ ve tvaru

$$kv(p) = p^2 + bp + c, \quad 0 \le p \le 1, \quad k > 0,$$

a hledejme její parametry $b, c$ tak, aby splňovala také podmínku $kv(0) = k$ a $kv(1) = 0$. Pak musí být $c = k$ a $b = -(k + 1)$. Aby byla funkce $kv(p)$ nerostoucí, musí být $k \ge 1$; pak je i konvexní. Můžeme tedy psát

$$kv(p) = p^2 - (k + 1)p + k, \quad k \ge 1, \quad 0 \le p \le 1.$$

Stejně jako v předchozích příkladech určíme kvadratickou entropii $Kv(X)$ ve tvaru střední hodnoty

$$\begin{aligned} Kv(X) &= \sum_{i=1}^n p_i kv(p_i) = \sum_{i=1}^n p_i\big(p_i^2 - (k + 1)p_i + k\big) \\ &= \sum_{i=1}^n p_i^3 - (k + 1)\sum_{i=1}^n p_i^2 + k \ge 0. \end{aligned} \tag{4}$$

Vlastnosti $Kv(X)$:

1) $Kv(1/n, \ldots, 1/n) = 1/n^2 - (k + 1)/n + k$.

2) $Kv(1, 0, \ldots, 0) = 1 - (k + 1) + k = 0$.

3) $Kv(p_1, \ldots, p_j, 0, \ldots, 0) = Kv(p_1, \ldots, p_j)$ pro $2 \le j \le n$.

4) $Kv(0{,}5; 0{,}5) = 0{,}5k - 0{,}25$.

5) Třetí Fadějevova podmínka splněna není.

6) Protože $0 \le kv(p_i) \le k$, je $Kv(X) = \sum_{i=1}^n p_i kv(p_i) \le k$.

*Příklad 1.* Uvažujme pravděpodobnostní prostor $[\Omega_4, A_4, P_4]$ a náhodnou veličinu

$$X = (0{,}2; 0{,}5; 0{,}1; 0{,}2).$$

Počítejme $H_0(p_1, p_2, p_3, p_4)$ podle (2):

$$\begin{aligned} H_0(X) &= H_0(0{,}2; 0{,}5; 0{,}1; 0{,}2) \\ &= 0{,}2H_0(0{,}2; 0{,}8) + 0{,}5H_0(0{,}5; 0{,}5) \\ &\quad + 0{,}1H_0(0{,}1; 0{,}9) + 0{,}2H_0(0{,}2; 0{,}8) \\ &= 0{,}2 \cdot 0{,}4 + 0{,}5 \cdot 1 + 0{,}1 \cdot 0{,}2 + 0{,}2 \cdot 0{,}4 \\ &= 0{,}68. \end{aligned}$$

□

Zdálo by se, že neplatnost třetí Fadějevovy podmínky pro entropii $H_0(p_1, p_2, \ldots, p_n)$ a „podezřelá“ vlastnost 1) je pro entropii zavedenou shora uvedeným postupem diskvalifikující. Důležitější ale je, zda definice vyhovuje určitým intuitivním představám o entropii jako míře neurčitosti předpokládané manipulace s množinou $\Omega_n$. Entropie $H_0(p_1, p_2, \ldots, p_n)$ je střední neurčitost z dílčích neurčitostí $H_i(p_i, 1-p_i) \equiv 2\min(p_i, 1-p_i)$ při náhodném výběru $i$-tého prvku z $\Omega_n$. A tak asi vždy bude záležet na okolnostech a zkušenostech uživatele, kterou z možných měr (kromě $H_0$ ještě viz [1]) by mohl použít. Entropie souvisí s rozhodováním; entropická míra (2) za určitých okolností může vyjadřovat míru neurčitosti rozhodování jen naznačeného typu.

## 3. Pokus o druhé zobecnění

Uvažujme nyní funkci proměnné $p$ ve tvaru

$$l(p) = k(1-p), \quad 0 \le p \le 1, \quad k > 0.$$

Tato funkce je v intervalu $[0, 1]$ klesající a je $l(0) = k$, $l(1) = 0$. Proto může v případě, že $p$ je pravděpodobnost, $l(p)$ představovat například míru „odloučenosti“ od prvku $\omega \in \Omega$ či neurčitost týkající se prvku $\omega \in \Omega$. Podle této představy je nejvyšší (omezená) míra „odloučenosti“ či neurčitosti při $p = 0$ a nejmenší při $p = 1$. Pro náhodnou veličinu $X = (p_1, \ldots, p_n)$ pak za střední míru „odloučenosti“ můžeme považovat hodnotu výrazu

$$L(X) = k \sum_{i=1}^{n} p_i(1-p_i) \ge 0, \quad n \ge 2, \quad k > 0. \tag{3}$$

Veličina $L(X)$ se nazývá lineární entropie [1]. Pro lineární entropii platí:

1) $L(1/n, \ldots, 1/n) = k \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{n}(1-1/n) = k(1-1/n) < k.$





Připomeňme obecné zavedení statistické entropie tzv. Fadějevovými axiomy z roku 1956. Fadějev určuje entropii $H(p_1, p_2, \ldots, p_n)$, kde $\sum_i p_i = 1$ a $0 \le p_i \le 1$ pro všechna $i$, až na multiplikativní konstantu jednoznačně následujícími podmínkami:

1. $H(p, 1-p)$ je spojitá funkce pro $p \in \langle 0, 1\rangle$ a kladná v aspoň jednom bodě;
2. $H(p_1, p_2, \ldots, p_n)$ je symetrická funkce svých proměnných;
3. $H(p_1, \ldots, p_{n-1}, q_1, q_2) = H(p_1, \ldots, p_n) + p_n H(q_1/p_n, q_2/p_n)$, kde $p_n = q_1 + q_2 > 0$. [1]

*Poznámka.* Místo $H(X) = H((p_1, p_2, \ldots, p_n))$ píšeme dále jen $H(p_1, p_2, \ldots, p_n)$.

Shannonova entropie $H(X) = -\sum_i p_i \log_z p_i$, $z > 1$, Fadějevovy podmínky splňuje. Při $p_i = 0$ je nutná konvence $0 \cdot \log 0 = 0$. □

V článku [1] jsme v Definici 2 rozšířili vzorec pro entropii

$$H(p_1, p_2) = 2\min(p_1, p_2)$$

v případě diskrétní náhodné veličiny $X = (p_1, p_2)$, kde $0 \le p_1,\ p_2 \le 1$ a $p_1 + p_2 = 1$, na entropii pro náhodnou veličinu $X = (p_1, p_2, \ldots, p_n)$ v pravděpodobnostním prostoru $[\Omega_n, A_n, P_n]$, kde $\Omega_n$ je $n$-prvkový základní prostor, $A_n$ algebra na $\Omega_n$ a $P_n$ pravděpodobnost na $A_n$, pomocí jednoho z Fadějevových axiomů. Pro každé rozdělení $(p_1, p_2, \ldots, p_n)$ náhodné veličiny $X$ jsme její pravděpodobnosti $p_i$ na $\Omega_n$ uspořádali tak, že $p_1 \ge p_2 \ge \cdots \ge p_n$. Získali jsme obecnou definici entropie ve tvaru

$$\begin{aligned} H(p_1, p_2, \ldots, p_n) &= 2\min(p_1, p_2 + \cdots + p_n) \\ &\quad + 2\min(p_2, p_3 + \cdots + p_n) + \cdots + 2\min(p_{n-1}, p_n). \end{aligned} \tag{1}$$

Takto definovaná entropie splňuje všechny Fadějevovy podmínky a má další vlastnosti:

a) $H(0{,}5; 0{,}5) = 1\,\text{lit};$

b) $H(1, 0, \ldots, 0) = 0\,\text{lit};$

c) $H(1/n, 1/n, \ldots, 1/n) = 2(1-1/n)\,\text{lit};$

d) $0 \le H(p_1, p_2, \ldots, p_n) < 2\,\text{lit};$

e) $H(p_1, p_2, 0, \ldots, 0) = H(p_1, p_2).$

V následujícím odstavci ukážeme, že lze entropii $H(p_1, p_2) = 2\min(p_1, p_2)$ pro náhodnou veličinu $X = (p_1, p_2)$ rozšířit i pro náhodnou veličinu $X = (p_1, p_2, \ldots, p_n)$ na veličinu, kterou označíme $H_0(p_1, p_2, \ldots, p_n)$, bez požadavku nerostoucího uspořádání pravděpodobností $p_1, p_2, \ldots, p_n$. Tato nová veličina má některé charakteristiky pro entropie požadované.

## 2. Pokus o první zobecnění

Novou entropii $H_0(p_1, p_2, \ldots, p_n)$ pro náhodnou veličinu $X = (p_1, p_2, \ldots, p_n)$ zkusíme získat následující definicí.

*Definice.* Pro náhodnou veličinu $X = (p_1, p_2, \ldots, p_n)$, kde $n \geq 2$, v konečném pravděpodobnostním prostoru se základní množinou $\Omega_n = \{x_1, \ldots, x_n\}$, algebrou podmnožin $A_n$ a pravděpodobností $P_n$ na $A_n$ ve tvaru

$$P_n = \begin{pmatrix} x_1 & \cdots & x_n \\ p_1 & \cdots & p_n \end{pmatrix}, \quad P_n(x_i) = p_i, \quad \sum_{i=1}^{n} p_i = 1, \quad 0 \leq p_i \leq 1,$$

pro $i = 1, 2, \ldots, n$ definujeme entropii $H_0(p_1, p_2, \ldots, p_n)$ takto:

$$\begin{aligned} H_0(p_1, p_2) &= H(p_1, p_2) \equiv 2\min(p_1, p_2), \quad && n = 2, \\ H_0(p_1, p_2, \ldots, p_n) &= \sum_{i=1}^{n} p_i H_0(p_i, 1 - p_i), && n \geq 3. \end{aligned} \tag{2}$$

□

Z předchozí definice přímo vyplývá, že $0 \leq H_0(p_1, p_2, \ldots, p_n) \leq 1$ pro všechna $n \geq 2$. Pro $n \geq 2$ dále platí:

1) Když $p_1 = p_2 = \cdots = p_n = 1/n$, je

$$H_0(p_1, p_2, \ldots, p_n) = n \cdot \frac{1}{n} \cdot H\left(\frac{1}{n}, 1 - \frac{1}{n}\right) = \frac{2}{n}.$$

2) Když $p_1 = 1$ a $p_2 = \cdots = p_n = 0$, je $H_0(1, 0, \ldots, 0) = H_0(1, 0) = 0$.

3) $H_0(p_1, p_2, \ldots, p_n)$ je symetrickou a jednoznačnou funkcí svých proměnných:

$$H_0(p_1, p_2, \ldots, p_n) = H_0(p_{i_1}, p_{i_2}, \ldots, p_{i_n}),$$

kde $(i_1, \ldots, i_n)$ je libovolná z permutací indexů $(1, 2, \ldots, n)$.





4) $H_0(p_1, p_2, \ldots, p_k, 0, \ldots, 0) = H_0(p_1, p_2, \ldots, p_k)$ pro $k \leq n$. Zvláště

$$\begin{aligned} H_0(p_1, p_2, 0, \ldots, 0) &= p_1 H_0(p_1, 1 - p_1) + p_2 H_0(p_2, 1 - p_2) \\ &= H_0(p_1, 1 - p_1). \end{aligned}$$

Připomeňme, že pak $H_0(0{,}5; 0{,}5; 0; \ldots; 0) = H_0(0{,}5; 0{,}5) = 1$.

*Poznámka:* Pro $n = 3$ je $H_0\left(\frac{1}{3}, \frac{1}{3}, \frac{1}{3}\right) = \frac{2}{3}$, viz bod 1, pro $H_0\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, 0\right) = \frac{1}{2}H_0\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right) + \frac{1}{2}H_0\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right) + 0 \cdot H_0(0; 1) = 1$, viz (2). Maximum tedy nenastává v rovnoměrném rozdělení.

5) Zkusme zjistit, zda entropie $H_0(p_1, p_2, \ldots, p_n)$ splňuje třetí Fadějevovu podmínku, viz [1]. Mělo by platit

$$\begin{aligned} H_0(p_1, \ldots, p_{n-1}, q_1, q_2) = H_0(p_1, \ldots, p_n) \\ + p_n H_0(q_1/p_n, q_2/p_n), \end{aligned} \qquad p_n = q_1 + q_2 > 0.$$

Levou stranu této rovnosti rozepíšeme podle definice:

$$\begin{aligned} H_0(p_1, \ldots, p_{n-1}, q_1, q_2) = p_1 H_0(p_1, 1 - p_1) + \ldots \\ + p_{n-1} H_0(p_{n-1}, 1 - p_{n-1}) \\ + q_1 H_0(q_1, 1 - q_1) + q_2 H_0(q_2, 1 - q_2). \end{aligned}$$

Pravá strana je podle Fadějevovy podmínky rovna

$$H_0(p_1, \ldots, p_n) + 2\min(q_1, q_2).$$

Dosaďme nyní do obou stran $q_1{=}p_n$ , $q_2{=}0$, pak je levá strana rovna

$$H_0(p_1,\ p_2,\ \ldots, p_n,\ 0) = H_0(p_1,\ p_2,\ \ldots, p_n)$$

a pravá strana rovna $H_0(p_1,\ p_2,\ \ldots, p_n) + 2p_n$.

Protože po tomto dosazení není vždy levá strana rovna pravé, tato entropie třetí Fadějevovu podmínku nesplňuje.

Například položme $p_1 = p_2 = 1/2$ a $q_1 = q_2 = 1/4$. Levá strana je $H_0(1/2, 1/4, 1/4) = 3/4$; pravá strana je $3/2$. Třetí Fadějevova podmínka tedy neplatí.

*Poznámka.* Laskavému čtenáři dávám k úvaze název jednotky pro měření touto entropií.

týmto ľuďom (ktorí to tam prezentovali a ich tímom) patrí vďaka za to, že sa technológia posúva dopredu a nezostane zaseknutá len v sľuboch a nápadoch.

## 6. Čo som nevidel?

Sekcií a zameraní je niekoľko a niektoré som tento rok ani nevidel. Napríklad *Open Data a GIS*, *R*, cestovateľské prednášky, viac o LLM, *Citizen Science* atď. Proste bolo toho veľa a času pomenej, o prekryvoch nehovoriac. Avšak je skvelé, keď si človek musí vyberať! Určite by ma bavila napríklad prednáška *Martina Budaja* o tvorbe máp jaskýň v programe Therion, s využitím METAPOSTu a plainTEX-u.

## 7. Poďakovanie

Veľká vďaka patrí samozrejme organizátorom. Sú to skutoční nadšenci, ktorí to robia vo svojom voľnom čase, bezodplatne, a napriek tomu pristupujú ku všetkému s veľkou zodpovednosťou a nasadením. Každý detail, od prípravy programu až po hladký priebeh podujatia, vzniká z ich času, energie a ochoty pomáhať ostatným. Vďaka ich práci má podujatie skvelú atmosféru a priestor pre ľudí, aby sa mohli učiť, nadväzovať kontakty a zdieľať skúsenosti. O to viac si ich prácu vážim. Vďaka nim konferencia prirodzene podporuje zdieľanie nápadov, vzájomnú pomoc a pocit, že sa tu stretávame nie náhodou, ale preto, že nám na tom záleží.

Tento rok to mal pod palcom najmä *Pavel Stříž*. Jeho práca je pritom viditeľná nielen v technickom zabezpečení a plynulom chode, ale aj v tom, ako sa o hostí stará tak, aby sa cítili vítaní a mali všetko, čo potrebujú. Ešte raz vďaka, Pavel!

## 8. Záverom

Jedným z výstupov konferencie je, okrem dobrého pocitu, aj zborník. Niet nad pekný, tlačený, ktorý sa dá kúpiť na mieste, ktorý vonia tlačiarenskou farbou. Ale poteší aj ich online verzia.

Teda už ozaj záver – bolo to super. Až na to krupobitie 😐. Mal by som povedať: „kto nebol, môže ľutovať“. To je však nepekne mudrlantné a v nesúlade so slobodným prístupom. Rozumnejšie je povedať: „príďte na budúci rok! A dáme si súčasne stretko aj ako návštevníci linuxos.sk“. Predsa len – konferencia je svojou rôznorodosťou a témami výnimočná.